

# Circuitos Digitais

Prof. Ricardo Pedroni

[ricardopedroni@utfpr.edu.br](mailto:ricardopedroni@utfpr.edu.br)

[www.rpedroni.com.br](http://www.rpedroni.com.br)

# Álgebra Booleana

Prof. Ricardo Pedroni

[ricardopedroni@utfpr.edu.br](mailto:ricardopedroni@utfpr.edu.br)

[www.rpedroni.com.br](http://www.rpedroni.com.br)

# Ementa

- Revisão – Portas e tabelas
- Álgebra Booleana
  - Leis e Teoremas
  - Simplificação algébrica

# Princípios da Álgebra Booleana

# Princípios

- Princípios
  - Como outras áreas da matemática, a Álgebra Booleana tem suas propriedades e teoremas
  - Devido ao limite do universo de entradas ('0' e '1'), muitas vezes é fácil provar algo por exaustão

# Princípios

- Princípios
  - Os teoremas em geral nos auxiliam a reduzir as equações, procurando sempre a menor equação possível
  - Menor # portas lógicas → Melhor!

# Princípios

- Princípios
  - Por sua natureza complementar (0 – 1, verdadeiro – falso), a álgebra booleana tem muita similaridade com o estudo de conjuntos

# Princípios

- AND (E)  $\rightarrow$  .

$$a \cdot 0 = 0$$

$$a \cdot 1 = a$$

$$a \cdot a = a$$

$$a \cdot a' = 0$$

# Princípios

- AND (E)  $\rightarrow$  .

$$a.b = b.a \text{ (comutativa)}$$

$$(a.b).c = a.(b.c) = a.b.c \text{ (associativa)}$$

$$a(b + c) = ab + ac \text{ (distributiva)}$$

# Princípios

- OR (OU)  $\rightarrow +$

$$a + 0 = \mathbf{a}$$

$$a + 1 = \mathbf{1}$$

$$a + a = \mathbf{a}$$

$$a + a' = \mathbf{1}$$

# Princípios

- OR (OU)  $\rightarrow +$

$$a + b = b + a \text{ (comutativa)}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c \text{ (associativa)}$$

$$a + bc = (a + b)(a + c) \text{ (distributiva)}$$

# Princípios

- A lógica/álgebra booleana apresenta inúmeros princípios, leis e teoremas
- Todos podem ser demonstrados através das propriedades básicas do álgebra booleana

# Princípios

- Lei de DeMorgan

$$(a + b + c + \dots)' = a'.b'.c' \dots$$

$$(a.b.c.\dots)' = a' + b' + c' + \dots$$

- Exemplo:  $(a + b)' . (a.b)' = ?$

# Princípios

- Lei de DeMorgan

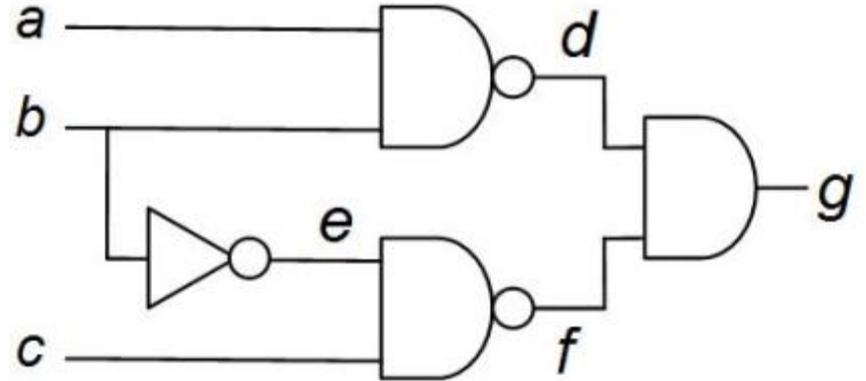
- Outro exemplo

$$d = (a.b)' = a' + b'$$

$$e = b'$$

$$f = (e.c)' = (b'.c)' = b'' + c' = b + c'$$

$$g = d.f = (a' + b').(b + c') = a'.b + a'.c' + b'.c'$$



- Equação de g chamada de “SOP” (Sum Of Products)

# Princípios

- Teorema da Absorção

$$a + a.b = a$$

$$a + a'.b = a.b' + b = a + b$$

$$a.b + a.b' = a$$

# Princípios

- Princípio da Dualidade

$$f(a, b, c, +, \cdot) = f'(a', b', c', \cdot, +)$$

- Exemplo

A dual de  $y = a' + b.c$  é  $y' = a.(b' + c')$

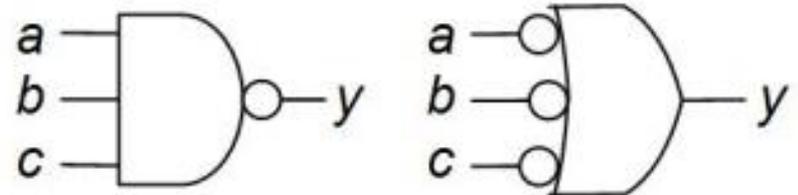
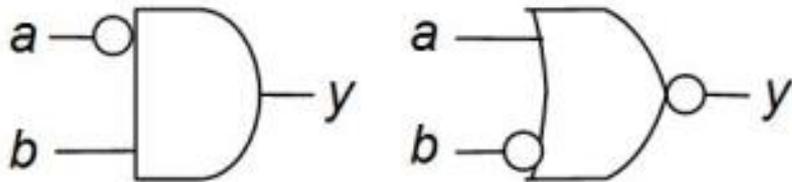
Prova

$$\begin{aligned}(a' + b.c)' &= (a')'.(b.c)' \quad (\text{lei de DeMorgan}) \\ &= a.(b' + c')\end{aligned}$$

# Princípios

- Princípio das Bolhas
  - A função não muda quando inverte-se as entradas e saídas e também os gates (AND  $\leftrightarrow$  OR)

- Exemplo



# Princípios

- Teorema do Termo Comum

$$y = a.b_1 + a.b_2 + \dots + a.b_N = a.(b_1 + b_2 + \dots + b_N)$$

$$y = (a + b_1).(a + b_2) \dots (a + b_N) = a + b_1.b_2 \dots b_N$$



# Princípios

- Teorema de Expansão de Boole

$$F(x,y,z,\dots) = x.F(1,y,z,\dots) + x'.F(0,y,z,\dots)$$

# Princípios

- Existem inúmeros outros teoremas, princípios, axiomas, leis..
  - Teorema do consenso
  - ...
  - Mas queremos manter vocês acordados

# Conclusão



# Conclusão

- Bits, chaves e portas
- Modelagem matemática (escopo para valores booleanos)
- Álgebra Booleana
- Simplificação de equações booleanas
-

# O Fim.

Perguntas? Não?

Então palmas para o professor.

Desafio do dia:

Encruzilhada da Vida